

### 1230 : $1\text{\AA}^3$ の箱の中にある電子のエネルギー値

(1220 の結論は、シュレーディンガー方程式を解いても同じ結果が得られます)

キーポイント：シュレーディンガーの方程式；波動関数；量子数；基底状態；励起状態；電子の運動エネルギー

空間に閉じ込められた電子の“行動”とエネルギーは下式のシュレーディンガー (Schrödinger) 方程式を解いて求めることができます (ここでは、詳細を省略します)。

$$E\psi(x, y, z) = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, y, z)$$

この方程式を解くと、エネルギー ( $E$ ) と電子の運動の様子 (この表現は不正確ですがここではそのように受け止めてください) を表す波動関数 ( $\psi$ : wavefunction) が得られます。ポテンシャルエネルギーを発生させる原子核等の電荷がありませんから、得られる  $E$  は運動エネルギーです。

一辺が  $L$  の立方体に入っている電子の (運動) エネルギーは、

$$E(n_x, n_y, n_z) = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \frac{h^2}{8mL^2}$$

で表されます。  $m$  は電子の質量で、  $n_x, n_y, n_z$  は量子数 (quantum number) とよばれ、それぞれ独立に 1, 2, 3, ... の自然数をとります。  $n_x = n_y = n_z = 1$  のとき最低のエネルギー状態です。この状態を基底状態 (ground state) とよびますが、基底状態以外の状態はすべて基底状態よりエネルギーは高く、それらを励起状態 (excited states) とよびます。

$L = 1\text{\AA}$  として基底状態のエネルギーを計算すると、  $1\text{\AA}^3$  に閉じ込められた電子は約  $10^4 \text{kJ/mol}$  ( $10,080 \text{kJ/mol}$ ) のエネルギーを有します。

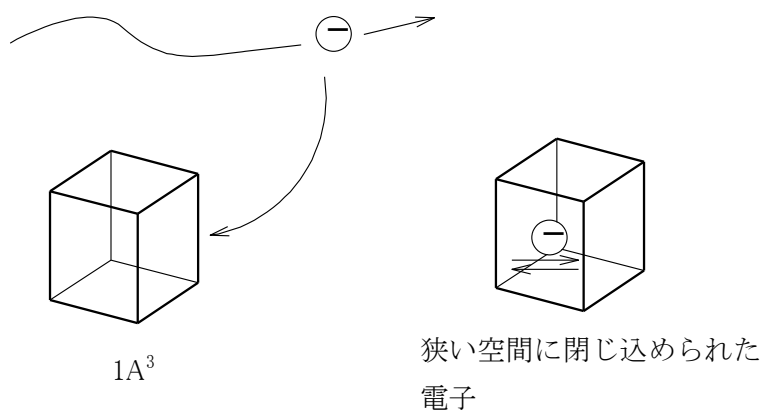


図 1. “自由に運動している”電子を  $1\text{\AA}^3$  の箱の中に閉じ込めるには大きなエネルギーが必要。狭い空間に閉じ込められた電子は大きな運動エネルギーを持つ。

上の式から、立方体の一辺の長さ  $L$  を大きくすると電子の運動エネルギーは低下することがわかります。狭い空間にある電子は大きなエネルギーを持ち、そのエネルギーを低下させるため、電子はなるべく広がる傾向があるのです。